Proposte per l'esame di Fisica: Il Campo magnetico
Scuola Estiva Mathesis - Roma 28 Luglio 2016

RISOLUZIONE PUNTO 1

Il fascio di ioni è soggetto a due campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$, ortogonali tra loro e ortogonali al fascio. Consideriamo l'azione dei due campi su una singola carica q del fascio di ioni

1) forza elettrica: $\vec{F}_E = q\vec{E}$

2) forza magnetica: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

Cominciamo con il calcolare la velocità delle cariche del fascio che non vengono deviate dai due campi. Questo si realizza se le due forze sono uguali in modulo, tenendo conto dell'ortogonalità del campo magnetico rispetto alla velocità $\vec{v}$ delle cariche del fascio si ha che

$$|\vec{F}_E| = |\vec{F}_B| \qquad \Rightarrow \qquad qE = qvB$$

quindi

$$v = \frac{E}{B}$$

Quindi in base ai dati del problema $E = 10^3 V/m$ e $B = 2 \cdot 10^{-2} T$ si determina il valore della velocità $v = 5 \cdot 10^4 m/s$.

Nella seconda parte del problema gli ioni non deviati entrano in un campo magnetico uniforme $\vec{B}_0 = 0,09T$ e perpendicolare alla direzione del moto. Il campo magnetico agisce deviandoli nel loro cammino passando da moto rettilineo a moto circolare uniforme di cui è possibile calcolare il raggio:

$$F_B = qvB_0 = ma_c = m\frac{v^2}{r}$$

dove a_c è l'accelerazione centripeta, che abbiamo poi scritto sfruttando velocità e raggio. Determiniamo quindi il raggio

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Conoscendo la composizione del fascio, ioni Neon 20 e Neon 22, e notando che il raggio e direttamente proporzionale alla massa degli ioni, si manifestano due triaettorie, caratterizzate dai due raggi denotati rispettivamente r_{20} e r_{22}.

Nell'ipotesi che i fasci di particelle cadano, dopo aver percorso una semicirconferenza, su di una lastra fotografica, è possibile calcolare a quale distanza d le due specie di ioni giungono su tale lastra. Questa distanza è semplicemente data dalla differenza dei due diametri.

$$d = 2(r_{22} - r_{20}) = 2 \cdot \frac{(m_{22} - m_{20})v}{qB}$$

Sostituendo i valori si ottiene $d = 2,31cm$.

SUGGERIMENTI: Completare il quesito con una riflessione sull'invarianza del risultato rispetto al segno delle cariche del fascio di ioni.

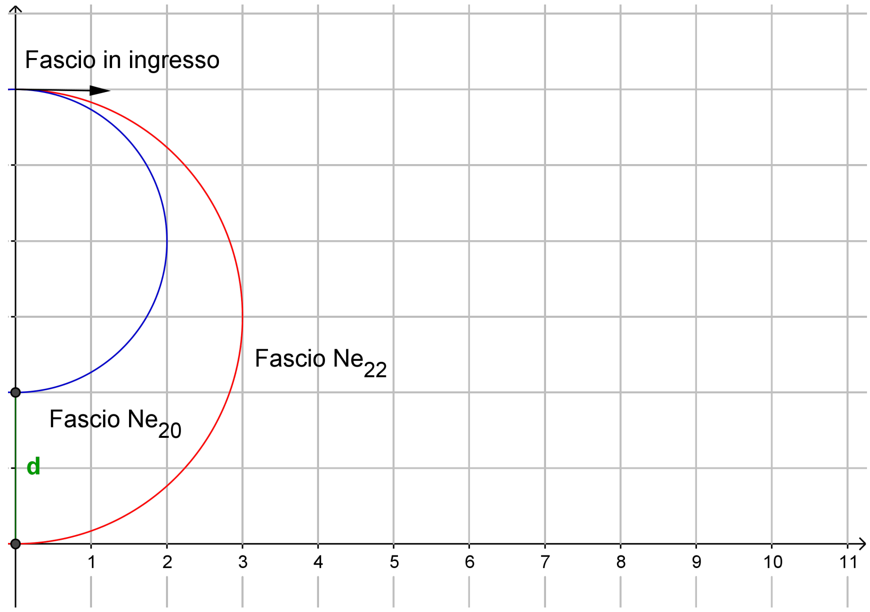

Figura 1: Fasci in caduta verso la lastra fotografica identificata con l'asse verticale.

RISOLUZIONE PUNTO 2

Questo punto ci permette di confrontarci con un risultato interessante di fisica atomica, ottenuto da Bhor[1] nel 1913 come conseguenza del suo modello dell'atomo di idrogeno richiamato nel testo del quesito.
Per la risoluzione è necessario assimilare il moto circolare dell'elettrone a una spira percorsa da una corrente elettrica i pari al rapporto tra la carica dell'elettrone e e il periodo τ di rivoluzione attorno al protone.

$$i = \frac{e}{\tau}$$

Allora dall'equazione del campo magnetico di una spira percorsa da corrente i e di raggio a_0 si ricava il campo magnetico al centro dell'orbita dell'elettrone:

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{i}{a_0} = \frac{\mu_0}{2}\frac{e}{\tau a_0}$$

Sostituendo i valori della traccia: $a_0 = 0,53 \cdot 10^{-10} m$, $\tau = 1,523 \cdot 10^{-16} s$, si ottiene che $B = 12,45 T$.
Ora è possibile determinare anche il *magnetone di Bhor* dalla definizione di momento magnetico di una spira:

$$\mu_{Bhor} = iS = \frac{e}{\tau}\pi a_0^2 = 9,27 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T}$$

SUGGERIMENTI: Completare il quesito con una riflessione sull'unità di misura del magnetone di Bhor. $[m^2 \cdot A] = [J/T]$.

[1] Si ricorda che il risultato era giù stato ottenuto dal fisico Procopiu nel 1911.

RISOLUZIONE PUNTO 3

Quest'ultimo punto ci richiede lo studio di due funzioni razionali fratte ottenute a partire dall'espressione del campo magnetico B di una spira di raggio R agente su un punto P dell'asse della spira posto a distanza z dal centro della spira.

$$B(R,z) = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{iR^2}{(R^2+z^2)^{3/2}} \quad , \quad y = B(R) \quad , \quad y = B(z)$$

Dallo studio delle due funzioni, poste le opportune limitazioni fisiche ($R \geq 0$) si ha che

1) $y = B(R)$ ammette un minimo $m_R = (0,0)$ e un massimo $M_R = \left(z\sqrt{2}, \frac{\mu_0\sqrt{3}}{9} \frac{i}{z} \right)$

2) $y = B(z)$ ammette un massimo $M_z = \left(0, \frac{\mu_0 i}{2R}\right)$

Dal punto di vista fisico lo studio dei flessi non risulta rilevante. Di seguito si riportano i grafici delle due funzioni realizzati con il software GeoGebra.

Figura 2: $y = B(R)$ con la sua derivata.

Si osservi che il punto di massimo trovato per il primo grafico ha grande validità istruttiva, infatti mostra l'esistenza di un intervallo di valori crescenti per il raggio della spira in cui il campo magnetico è a sua volta crescente.

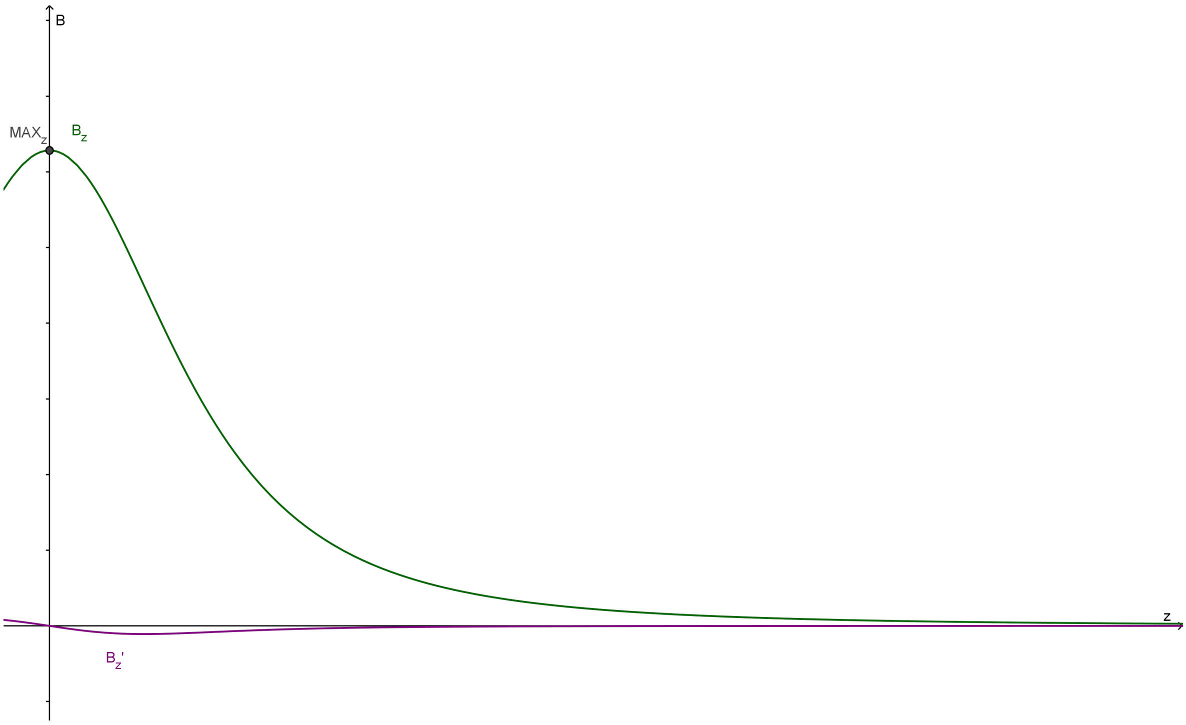

Figura 3: $y = B(z)$ con la sua derivata.

OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Il primo problema rientra nel quadro di riferimento della seconda prova di fisica. All'interno del modulo dell'induzione elettromagnetica, il problema rimanda a quei prerequisiti e conoscenze indispensabili per lo sviluppo dello stesso. I quesiti, come articolati, presentano difficoltà crescenti e un carattere di indipendenza, strutturando una prova che permette non necessariamente uno sviluppo sequenziale, inoltre definisce un approccio anche a studenti che hanno valutazioni più diversificate, allontanando quello stato di frustrazione tipico di una prova di esame.
Interessante è il rapporto con la matematica nel terzo punto del problema, in particolare con l'analisi, si propone così quel carattere di trasversalità disciplinare tanto ricercato.